

Auftrag A

mathematische Berechnungen

üK01:

Einführung in mathematische Grundlagen

Inhalte:

Auftrag A5: Umrechnen
Auftrag A6: Plan und Realität
Auftrag A7: Koordinaten

Modul A

mathematische Berechnungen

Lernende

üK01

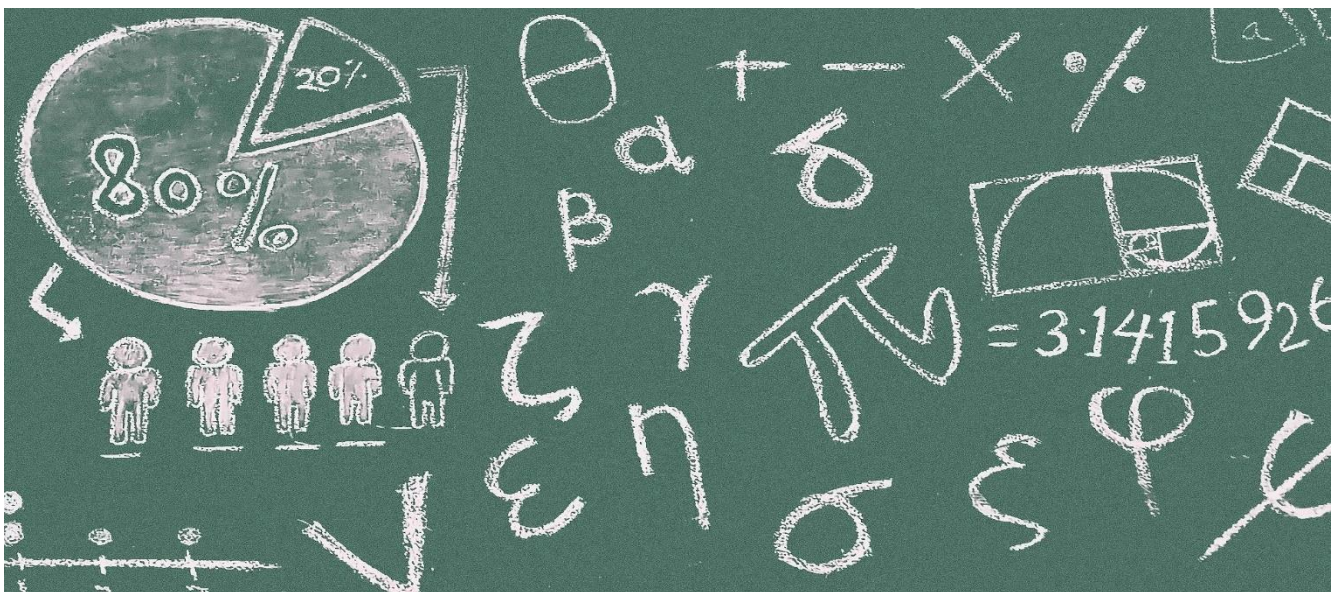


Abbildung: [Mathe Lernen: Nutzen & Vorteile das ganze Leben lang](https://thinkproject.com/de/news/digitalisierung-des-baugewerbes-artikel-auf-unternehmer-de/)
<https://thinkproject.com/de/news/digitalisierung-des-baugewerbes-artikel-auf-unternehmer-de/>

Ausgangslage

Mathematik wird Ihnen Ihr ganzes Leben lang begegnen, so auch in Ihrem Beruf als Zeichner:in.

Als Zeichner:in müssen Sie Objekte und Gebäude genau darstellen. Die Mathematik hilft Ihnen dabei, Massstäbe zu verstehen und korrekt anzuwenden. Zeichnungen erfordern aber auch das Verständnis von Perspektive und Proportionen. Die Mathematik hilft Ihnen dabei, die richtigen Winkel, Verhältnisse und Abmessungen zu berechnen. In Ihren technischen Zeichnungen kommen mathematische Konzepte wie Koordinatensysteme, Winkelmessungen und Skalierungen ins Spiel.

Dies sind nur ein paar Beispiele, weshalb die Mathematik für Zeichner:innen ein unverzichtbares Werkzeug ist.

Einführung in diesen Workshop

Lerninhalte / Zielsetzung

Liebe/-r Lernende

In Ihrem Arbeitsalltag sind Sie mit Plänen in unterschiedlichen Massstäben konfrontiert. Im Ingenieurtiefbau sind diese Pläne zudem georeferenziert, das heisst, sie beziehen sich auf das System der schweizerischen Landeskoordinaten.

In diesem Workshop möchten wir Sie mit kurzen theoretischen Inputs und Arbeitsaufträgen an die mathematischen Grundlagen der Massstabs- und Koordinatenberechnungen heranzuführen.

Gesamtüberblick über die Lernziele: (Kompetenzen aus dem Bildungsplan: a2.1)

- ☐ Sie können Längen-, Flächen und Volumeneinheiten sowie Einheiten der Masse und Kräfte umrechnen.
- ☐ Sie können Masse aus Plänen herauslesen und diese in die Wirklichkeit (Feldmasse) umrechnen.
- ☐ Sie können Massstabsberechnungen (Umrechnungen Planmass / Wirklichkeit) ausführen.
- ☐ Sie kennen einfache Grundlagen der schweizerischen Landeskoordinaten.
- ☐ Sie können einfache Koordinatenberechnungen durchführen.

Arbeitsauftrag A5

Einheiten umrechnen

Das Umrechnen von Einheiten ist eine grundlegende Fähigkeit, die in vielen Lebensbereichen nützlich ist. Im täglichen Leben und im Berufsumfeld müssen wir oft zwischen verschiedenen Masseinheiten umrechnen. In vielen Berufen, u.a. im Ingenieurwesen, ist das Umrechnen von Einheiten unerlässlich, um korrekte Ergebnisse zu erzielen.

Einheiten sind ein wesentlicher Bestandteil mathematischer Gleichungen und Formeln. Wenn wir Grössen in verschiedenen Einheiten haben, müssen wir sie vor der Berechnung umrechnen, um widerspruchsfreie Ergebnisse zu erhalten. Falsche Einheiten können zu Fehlern in den Berechnungen führen.

Vorgehen beim Umrechnen von Einheiten:

- Einheit bestimmen:** Identifizieren Sie, um welche Einheiten es sich handelt, z.B. Längeneinheiten oder Volumeneinheiten. Bestimmen Sie die gewünschte Einheit für Ihr Schlussresultat. Überlegen Sie sich also, in welcher Einheit Sie ihr Schlussresultat haben müssen.
- Umrechnungsfaktor bestimmen:** Bestimmen Sie den Umrechnungsfaktor zwischen der vorhandenen und der gewünschten Einheit.
- Multiplizieren oder dividieren:** Rechnen Sie um, indem Sie mit dem Umrechnungsfaktor multiplizieren oder dividieren.

Berechnungsbeispiel - Umrechnung von Millilitern (ml) in Liter (l):

Umrechnungsfaktor: 1 Liter = 1000 Milliliter → *milli-* bedeutet Tausendstel (siehe Abbildung 3)

Berechnung: 250 ml : 1000 = 0,25 l

→ siehe auch: [Einheiten umrechnen • Umrechnung, Masseinheiten \(studyflix.de\)](#)

Umrechnungsfaktoren sowie Teile und Vielfache

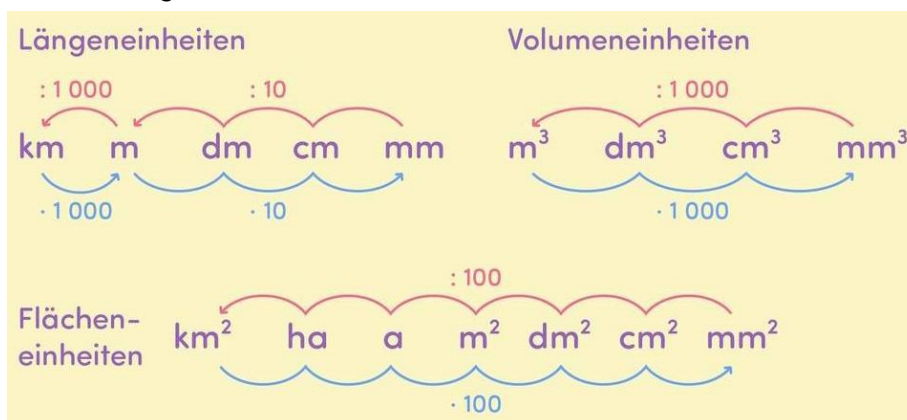


Abbildung 1: [Umrechnen von Masseinheiten – Erklärung & Übungen](#)

Teile		
d	dezi-	$\cdot 10^{-1}$
c	zenti-	$\cdot 10^{-2}$
m	milli-	$\cdot 10^{-3}$
μ	mikro-	$\cdot 10^{-6}$
n	nano-	$\cdot 10^{-9}$
p	pico-	$\cdot 10^{-12}$
Vielfaches		
da	deka-	$\cdot 10^1$
h	hekto-	$\cdot 10^2$
k	kilo-	$\cdot 10^3$
M	Mega-	$\cdot 10^6$
G	Giga-	$\cdot 10^9$
T	Tera-	$\cdot 10^{12}$
		Zehntel-
		Hundertstel-
		Tausendstel-
		Millionstel-
		Milliardenstel-
		Billionstel-

Abbildung 2: Teile und Vielfache

Lerninhalte / Zielsetzung von Auftrag A5

- ☐ Sie können Längen-, Flächen und Volumeneinheiten sowie Einheiten der Masse und Kräfte umrechnen.

Auftrag A5 (Einheiten umrechnen)

Sozialform: Einzelarbeit, Austausch im 2er-Team

Zeitbedarf: **30 Minuten** für das Lesen, Arbeiten und Austauschen

Kontrolle: Selbstständige Kontrolle Ihrer Arbeit durch kooperativen Austausch (2er Teams)

Arbeitsauftrag A5.1 – Einheiten umrechnen

Rechnen Sie die unten angegebenen Längen / Flächen / ... in die jeweils angegebenen Einheiten um.

Längen			
357 cm	_____ m	_____ mm	
820 mm	_____ cm	_____ m	
4,5 dm	_____ m	_____ cm	
1,75 m	_____ cm	_____ mm	
7,1 cm	_____ m	_____ mm	
15,62 m	_____ km	_____ cm	
3,2 mm	_____ m	_____ dm	
6'850 cm	_____ m	_____ mm	

Flächen			
84 cm ²	_____ dm ²	_____ mm ²	
3,25 m ²	_____ cm ²	_____ dm ²	
12 mm ²	_____ cm ²	_____ m ²	
2'980 cm ²	_____ m ²	_____ mm ²	
0,092 m ²	_____ cm ²	_____ mm ²	
58,6 m ²	_____ dm ²	_____ mm ²	

Volumen			
5'280 cm ³	_____ mm ³	_____ m ³	
2,15 m ³	_____ dm ³	_____ cm ³	
700 mm ³	_____ cm ³	_____ l	
691 cm ³	_____ m ³	_____ mm ³	
0,0033 m ³	_____ cm ³	_____ dm ³	
0,00046 m ³	_____ cm ³	_____ mm ³	
9,2 cm ³	_____ mm ³	_____ dm ³	

Masse, Kraft			
58,5 kg	_____ g	_____ t	
12 t	_____ kg	_____ g	
1,4 kN	_____ N	_____ MN	
300 kg	_____ N	_____ kN	
9,4 N	_____ kg	_____ g	
1,8 t	_____ kN	_____ N	

HINWEIS: Umrechnung von Masse und Kraft (vereinfacht)

100g (eine Tafel Schokolade) entspricht in etwa **1N**

Arbeitsauftrag A6

Massstabsberechnungen – Planmass / Wirklichkeit

Vom Atlas über Land- und Wanderkarten bis hin zu Ausführungs- und Detailplänen begegnen wir immer wieder verschiedenen, massstabgetreuen Abbildungen.

Weil die Natur nicht in ihrer tatsächlichen Grösse auf einer Karte dargestellt werden kann, wird sie verkleinert abgebildet. Der Massstab bezeichnet dabei das Verkleinerungsverhältnis bei einer Abbildung. Ist zum Beispiel eine Strecke auf einer Karte 25'000-mal kleiner als in der Natur, so beschreibt man dies mit dem Massstab 1:25'000.

Wird ein Plan in einem anderen Massstab als 1:1 gezeichnet, müssen alle Masse in das Zeichnungsmass umgerechnet werden. Es ist darauf zu achten, dass die Masse beim Teilen in die gleichen Einheiten (mm, cm, m, km) umgewandelt werden.

Merkhilfe:

- Möchte man **vom Plan** (bzw. von der Karte) **in die Wirklichkeit** umrechnen, so wird alles **grösser**. In diesem Fall muss man **multiplizieren**.
- Möchte man **von der Wirklichkeit zum Plan** (bzw. zur Karte) umrechnen, so wird alles **kleiner**. In diesem Fall muss man **dividieren**.

Umrechnungsbeispiele:

1. Gegeben sind das Planmass $P = 5 \text{ cm}$ und der Massstab $M = 1:20$.

Gesucht ist das Feldmass F .

$$F = P \cdot M = 5 \text{ cm} \cdot 20 = \mathbf{100 \text{ cm}}$$

2. Gegeben sind das Feldmass $F = 3 \text{ m}$ und der Massstab $M = 1:100$.

Gesucht ist das Planmass P .

$$P = \frac{F}{M} = \frac{3 \text{ m}}{100} = 0,03 \text{ m} = \mathbf{3 \text{ cm}}$$

3. Gegeben sind das Feldmass $F = 22,50 \text{ m}$ und das Planmass $P = 4,5 \text{ cm}$.

Gesucht ist der Massstab M .

$$M = \frac{F}{P} = \frac{22\,500 \text{ cm}}{4,5 \text{ cm}} = 500 \rightarrow \text{Massstab } \mathbf{1:500}$$

Lerninhalte / Zielsetzung von Auftrag A6

- ☐ Sie können Masse aus Plänen herauslesen und diese in die Wirklichkeit (Feldmasse) umrechnen.
- ☐ Sie können Massstabsberechnungen (Umrechnungen Planmass / Wirklichkeit) ausführen.

Auftrag A6.1 und A6.2 (Massstab und Distanz / Massstablesen)

Sozialform: Einzelarbeit, Austausch im 2er-Team

Zeitbedarf: **Total 30 Minuten** (je 15 Minuten pro Thema) für das Lesen, Arbeiten und Austauschen

Kontrolle: Selbstständige Kontrolle ihrer Arbeit durch kooperativen Austausch (2er Teams)

Arbeitsauftrag A6.1 – Massstab und Distanz

Berechnen Sie die jeweils fehlenden Werte in den folgenden Umrechnungen und schreiben Sie die Lösungen in die Lücken. Zählen Sie alle Distanzen zusammen (letzte Spalte der Tabelle) und vergleichen Sie die Lösung mit dem Hinweis ganz unten auf dem Blatt.

auf der Karte gemessen:	Karten-massstab:	Berechnung	in Wirklichkeit:
15 cm	1: 200'000	$15 \text{ cm} \cdot 200'000 = 3'000'000 \text{ cm}$	_____ km
_____ cm	1: 100'000	_____	12,5 km
4,5 cm	1: _____	_____	1,125 km
7,2 cm	1: 50'000	_____	_____ km
_____ cm	1: 12'500	_____	0,75 km
2,4 cm	1: 25'000	_____	_____ km
25 cm	1: _____	_____	25 km
_____ cm	1: 200'000	_____	13,6 km
1,9 cm	1: _____	_____	0,95 km
2 cm	1: 12'500	_____	_____ km
_____ cm	1: 25'000	_____	10 km
13 cm	1: 12'500	_____	_____ km
Gesamtdistanz aller Aufgaben:			_____ km

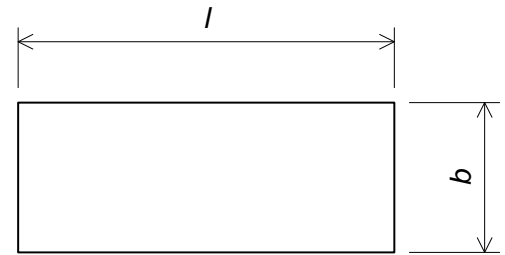
Die wirkliche Gesamtdistanz aller Aufgaben wird auf einer Landeskarte im
Massstab 1:1'000'000 genau 10 cm lang.

Arbeitsauftrag A6.2 – Massstablesen

1. Gesucht sind die Masse l und b in Wirklichkeit, wenn die nebenstehende Zeichnung im Massstab 1:100 ist.

$l =$ _____ m

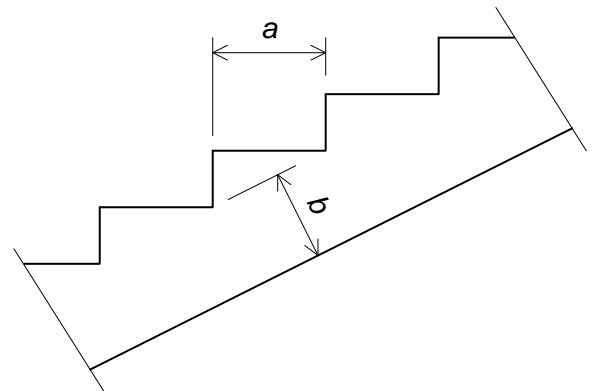
$b =$ _____ m



2. Gesucht sind die Masse a und b in Wirklichkeit, wenn die nebenstehende Zeichnung im Massstab 1:20 ist.

$a =$ _____ cm

$b =$ _____ cm



3. Zeichnen Sie ein Rechteck mit der Länge $l = 50$ m und der Breite $b = 10$ m im Massstab 1:1000 und 1:500.

4. Zeichnen Sie zwei parallele Linien im Abstand von 6,5 m im Massstab 1:1'000. Wie gross ist der Parallelabstand a in Blattmillimeter?

$a =$ _____ mm

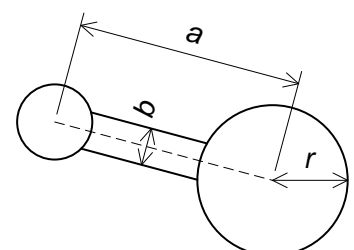
5. Gesucht sind die Masse a , b und r in Wirklichkeit.

$a =$ _____ cm

$b =$ _____ cm

$r =$ _____ cm

Mst. 1:50



6. Wieviel Blattmillimeter sind 1,00 m bei Massstab 1:1'000?

7. Wieviel sind 12,5 Blattmillimeter in Wirklichkeit bei Massstab 1:200?

Auftrag A6.3 (Planmass und Wirklichkeit (optionaler Auftrag))

Sozialform: 3er-Teams, Austausch im Plenum

Zeitbedarf: **15 Minuten** für das Lesen und die Durchführung des Auftrags
5 Minuten für den Austausch im Plenum

Kontrolle: Kontrolle Ihrer Arbeit im Plenum mit Kursleitung.

Arbeitsauftrag A6.3 – Planmass und Wirklichkeit (optionaler Auftrag)

Sie erhalten einen Planausschnitt, auf welchem Distanzen zwischen markanten Punkten eingetragen sind. Messen Sie die Distanzen auf Ihrem Plan. Gehen Sie im Anschluss nach draussen und messen Sie die auf dem Plan abgebildeten Distanzen in der Wirklichkeit nach (mit dem Massband).

In welchem Massstab ist der Ihnen abgegebene Plan dargestellt?

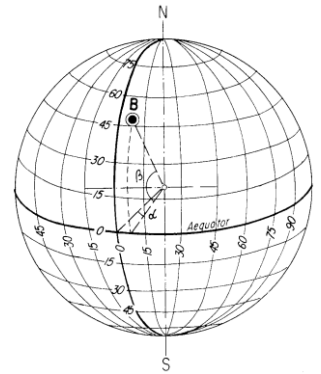
Arbeitsauftrag A7

Koordinatensysteme

Erdkoordinaten

Die Erde ist näherungsweise eine Kugel. Die Erdkoordinaten werden in Winkeln (Altgrad °) angegeben. Die Unterteilung erfolgt in zwei Richtungen:

- **Längengrade** (Nord-Süd = Meridiane), der **0° Längengrad** geht durch die Sternwarte Greenwich in London.
- **Breitengrade** (Ost-West = Parallelkreise), der **0° Breitengrad** ist der Äquator.

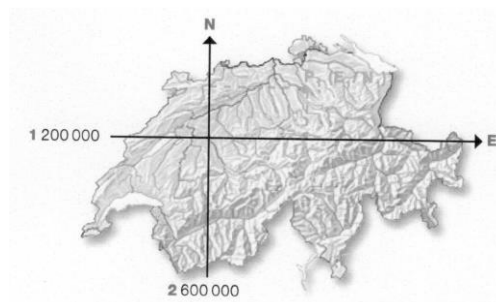
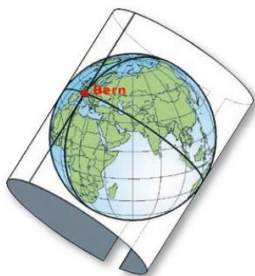


Schweizerische Landeskoordinaten

Die Darstellung der Schweiz wird in einem flachen zweidimensionalen Plan dargestellt, damit man die Koordinaten als Strecken einteilen kann.

Den Vorgang kann man sich modellhaft folgendermassen vorstellen:

Ein Zylinder mit dem Durchmesser der Erde wird schräg über die Erdkugel gelegt, so dass seine Mantelfläche die Erdoberfläche bei der Sternwarte in Bern berührt. Nun wird die Mantelfläche aufgeschnitten und abgerollt. So entsteht eine ebene Fläche.



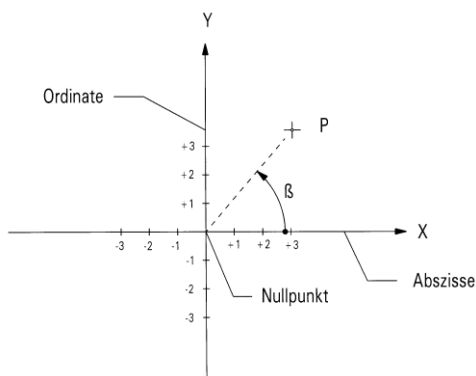
(Quelle: swisstopo)

Die Sternwarte Bern hat die Koordinaten E=2'600'000 m und N=1'200'000 m. Dies hat folgende Vorteile:

- alle Koordinaten in der CH sind positiv
- jeder Punkt in der CH hat eindeutige Koordinaten
- die kleinere Zahl ist immer die N- und die grössere Zahl ist immer die E-Koordinate (keine Verwechslung möglich)

Unterschied Koordinatensystem in Mathematik und Vermessung

Mathematik

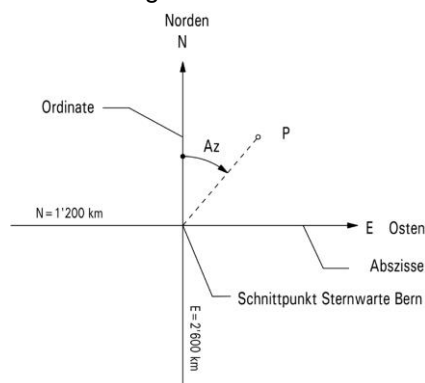


Horizontal: X-Achse

Vertikal: Y-Achse

Winkel im Gegenuhrzeigersinn und in Altgrad [°] → 360°

Vermessung



Horizontal: E (Osten), Y-Achse

Vertikal: N (Norden), X-Achse

Winkel im Uhrzeigersinn (Az = Azimut) und in Neugrad [gon] → 400^g

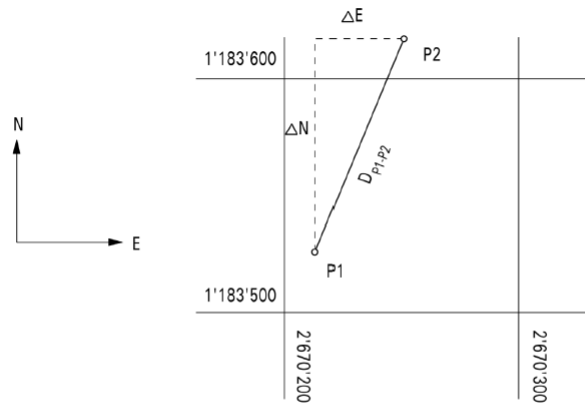
Berechnungen

Aufgabe 1 - Beispiel

Gegeben: P1 2'670'221,350 1'183'528,630
 P2 2'670'247,150 1'183'623,570

Gesucht: a.) Lageskizze von P1 / P2
 b.) Wie gross wird die Distanz zwischen P1 und P2?

Lösung: Lageskizze



$$\Delta N_{P1-P2} = 1'183'623.570 - 1'183'528.630 = 94.940\text{m}$$

$$\Delta E_{P1-P2} = 2'670'247.150 - 2'670'221.350 = 25.800\text{m}$$

$$\text{Nach Pythagoras gilt: } D = \sqrt{94.940^2 + 25.800^2} = \underline{\underline{98.383\text{m}}}$$

Aufgabe 2

Gegeben: P3 2'673'721,150 1'217'612,580
 P4 2'673'432,220 1'217'125,460

Gesucht: a.) Skizzieren Sie die beiden Punkte
 b.) Wie gross wird die Distanz zwischen P3 und P4?

Lerninhalte / Zielsetzung von Auftrag A7

- ☐ Sie kennen einfache Grundlagen der schweizerischen Landeskoordinaten.
- ☐ Sie können einfache Koordinatenberechnungen durchführen.

Auftrag A7 – Koordinatensysteme und Berechnungen

Sozialform: Einzelarbeit oder 2er-Teams

Zeitbedarf: **5 Minuten** Einstieg in map.geo.admin.ch

20 Minuten für das Lesen und Arbeiten

5 Minuten Lösungen besprechen, Reflexion, Fragen beantworten, Inputs durch Kursleitung

Kontrolle: Selbstständige Kontrolle Ihrer Arbeit durch kooperativen Austausch (2er-Teams). Am Schluss werden die Inhalte und Lösungen mit Ihrer Kursleitung im Plenum besprochen.

Auftrag A7.1 – Kartenviewer map.geo.admin.ch

geo.admin.ch ist die Plattform für geolokalisierte Informationen, Daten und Dienste der Bundesverwaltung. Diese werden von öffentlichen Einrichtungen zur Verfügung gestellt und via Internet auf map.geo.admin.ch öffentlich zugänglich gemacht.

Mit dem Kartenviewer können Sie digitale Geodaten betrachten, ausdrucken und beziehen. Die gewünschten Daten sind als Pixelkarten, digitale Bilder, Vektordaten usw. in unterschiedlichen Massstäben erhältlich.

Entdecken Sie die Karten und Geodaten auf: map.geo.admin.ch

Auftrag A7.2 – Koordinaten bestimmen und berechnen

- Bestimmen Sie auf map.geo.admin.ch die Koordinaten der Punkte 3, 5 und 6 (auf m genau).

HINWEIS: Koordinaten können Sie in map.geo.admin.ch abgreifen, in dem Sie mit der rechten Maustaste auf den gewünschten Punkt klicken.

Alternativ können Sie die Punkte auch mit Hilfe eines Massstabs auf der beigelegten Karte bestimmen.

- Sind die Koordinaten eines Punkts beschrieben, müssen Sie diesen auf der Karte suchen und den Punkt beschreiben (Ortsbezeichnung, Höhe, usw.). Machen Sie dies für die Punkte 1, 2, 4 und 7.
- Berechnen Sie die Luftdistanz zwischen den Punkten 1 und 4.

Punkt	Ortsbezeichnung	Koordinaten	
		Y	X
1		2'702'289	1'246'156
2		2'701'631	1'245'394
3	Bahnhof Pfäffikon ZH (Pkt. 547)		
4		2'704'654	1'246'494
5	Strandbad Baumen, Pfäffikon		
6	Verkehrskreisel Stadtteil Oberwil (Pkt. 583)		
7		2'705'543	1'246'370

Punkt	Y	X
1		
4		
Δ		

Luftdistanz zwischen Punkt 1 und 4:

$$D = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Liebe/-r Lernende

Nun sind Sie am Schluss dieses Auftrags zum Thema Grundlagenerhebung und Datenaufbereitung (Modul A, Teil 2) angelangt. Hoffentlich hatten Sie Spass dabei! Ein wichtiger Teil des lebenslangen Lernens ist das Reflektieren und Nachdenken. In der nachfolgenden Reflexion zu diesem **Auftrag A** können Sie Ihren Lernzuwachs und Wissensstand zum Thema überprüfen und als Abschluss im Plenum und bei Ihrer Kursleitung noch offene Fragen stellen.

Auftrag A8 – Schlussreflexion und Verständnisfragen zu allen Aufträgen von Modul A

Kontrollieren Sie die unten aufgeführten Lernziele von diesem **Modul A** (Teil 2) und setzen Sie bei den Lernzielen, welche Sie erreicht haben, einen grünen Haken. ✓

Gibt es Lernziele, welche Sie noch nicht erreicht haben?

- ☐ Sie können Längen-, Flächen und Volumeneinheiten sowie Einheiten der Masse und Kräfte umrechnen.
- ☐ Sie können Masse aus Plänen herauslesen und diese in die Wirklichkeit (Feldmasse) umrechnen.
- ☐ Sie können Massstabsberechnungen (Umrechnungen Planmass / Wirklichkeit) ausführen.
- ☐ Sie kennen einfache Grundlagen der schweizerischen Landeskoordinaten.
- ☐ Sie können einfache Koordinatenberechnungen durchführen.

Erstellen Sie sich eine «Eselsbrücke» für die Umrechnung von Planmasse in die Wirklichkeit:

Notieren Sie sich, wie Sie die Luftdistanz zwischen zwei Punkten berechnen können:

Notieren Sie sich hier noch offene Fragen. Die offenen Fragen werden als Modulabschluss im Plenum und durch Ihre Kursleitung beantwortet.

Wie gut ist Ihnen der Auftrag A5 gelungen?	<input type="checkbox"/> sehr gut	<input type="checkbox"/> gut	<input type="checkbox"/> genügend	<input type="checkbox"/> schlecht
Wie gut ist Ihnen der Auftrag A6 gelungen?	<input type="checkbox"/> sehr gut	<input type="checkbox"/> gut	<input type="checkbox"/> genügend	<input type="checkbox"/> schlecht
Wie gut ist Ihnen der Auftrag A7 gelungen?	<input type="checkbox"/> sehr gut	<input type="checkbox"/> gut	<input type="checkbox"/> genügend	<input type="checkbox"/> schlecht